

I. ТЕМА НА УРОКА: „СВОЙСТВА НА ПОДОБНИТЕ ТРИЪГЪЛНИЦИ”

IX клас – задължителна подготовка

II. ВИД НА УРОКА: НОВИ ЗНАНИЯ

III. ЦЕЛИ НА УРОКА:

1. ОБРАЗОВАТЕЛНИ:

- да се актуализират, задълбочат и разширят знанията на учениците за подобни триъгълници;
- да се формират умения за приложение на свойствата на подобни триъгълници при решаване на задачи за:
 - намиране на дължини на отсечки;
 - определяне коефициент на пропорционалност;
 - намиране на лица;

при зададени дължини на страни, отсечки, периметри, лица и съответни елементи в подобни триъгълници.

2. ВЪЗПИТАТЕЛНИ:

- формиране на умения за провеждане на дедуктивни разсъждения с понятия и теореми;
- приложение на изучените понятия и твърдения при решаване на основни задачи;
- да се съдейства за формиране на определени качества у учениците за преодоляване на трудности, усет за обосновано мислене, чувство за отговорност.

IV. НЕОБХОДИМИ ОСНОВНИ ПОНЯТИЯ И ЗНАНИЯ, КОИТО ТРЯБВА ДА ПРИТЕЖАВАТ ОБУЧАЕМИТЕ:

- пропорционални отсечки;
- коефициент на пропорционалност;
- признаци за подобни триъгълници;
- лице на триъгълник.

V. ХОД НА УРОКА

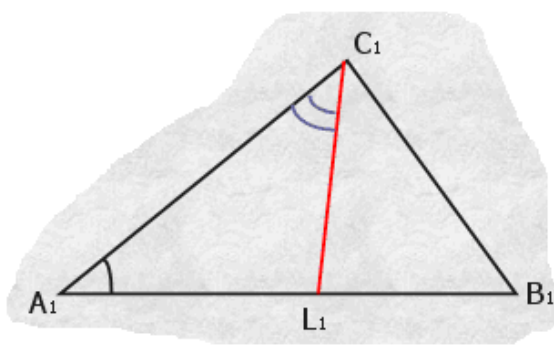
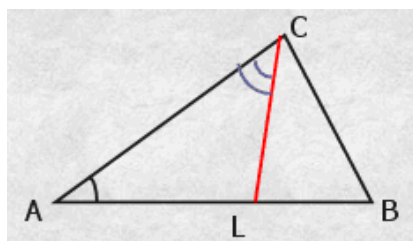
A. В началото на часа се обсъжда зададената домашна работа, с цел да се актуализират знанията, необходими за усвояване на новото учебно съдържание:

Задача: Ако са дадени два подобни триъгълника, в които са построени:

- а) ъглополовящи на съответни ъгли;
- б) медиани към съответни страни;
- в) височини към съответни страни.

Да се докаже подобност на така получените триъгълници.

- а) Решение:



Нека $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$, AL и A_1L_1 -ъглополовящи

Разглеждаме $\Delta ALC \sim \Delta A_1L_1C_1$

1) $\angle ACL = \angle A_1C_1L_1$

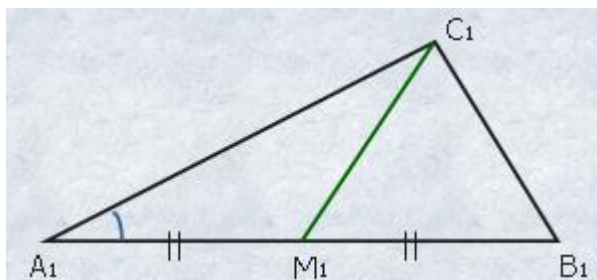
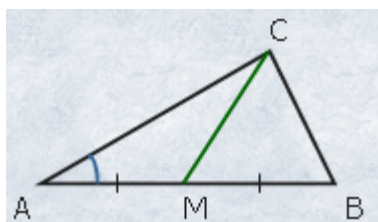
2) $\angle A = \angle A_1$ по условие

I пр.

$\implies \Delta ACL \sim \Delta A_1C_1L_1 \implies$

$$\frac{CL}{C_1L_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = k$$

б)Решение:



Нека $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$, CM и C_1M_1 – медиани

Разглеждаме $\Delta AMC \sim \Delta A_1M_1C_1$

1) $\angle CAM = \angle C_1A_1M_1$ - по условие

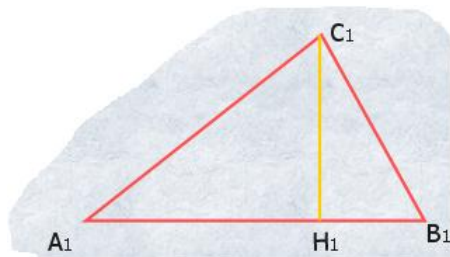
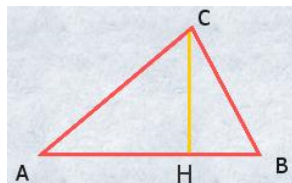
2) $\frac{AC}{A_1C_1} = \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AM}{A_1M_1}$

II пр.

$\implies \Delta AMC \sim \Delta A_1M_1C_1 \implies$

$$\frac{CM}{C_1M_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = K$$

в) Решение:



Нека $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$, AH и A_1H_1 -височини

Разглеждаме $\Delta AHC \sim \Delta A_1H_1C_1$

1) $\angle H = \angle H_1 = 90^\circ$

2) $\angle A = \angle A_1$ (по условие)

I пр.

$\Delta AHC \sim \Delta A_1H_1C_1 \implies$

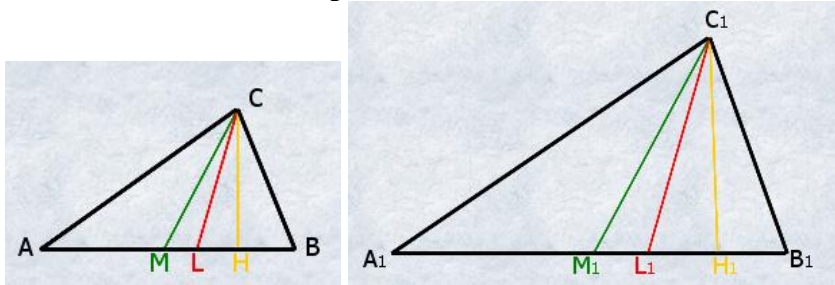
$$\frac{CH}{C_1H_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = k$$

Учениците трябва да отговорят кои признаци са използвали и до какъв извод са стигнали.

Учителят уточнява, че с помощта на знанията за подобност учениците сами са стигнали до връзка между някои отсечки в подобни триъгълници. Това са част от свойствата на подобните триъгълници. Учениците записват темата.

В. Поставяне на темата : „Свойства на подобните триъгълници”.

1.Отсечки в подобни триъгълници.



$$AB = c, A_1B_1 = c_1$$

$$CH = h; C_1H_1 = h_1 - \text{ височини}$$

$$CL = l; C_1L_1 = l_1 - \text{ ъглополовящи}$$

$$CM = m; C_1M_1 = m_1 - \text{ медиани}$$

$$\frac{h}{h_1} = \frac{l}{l_1} = \frac{m}{m_1} = \frac{c}{c_1} = k$$

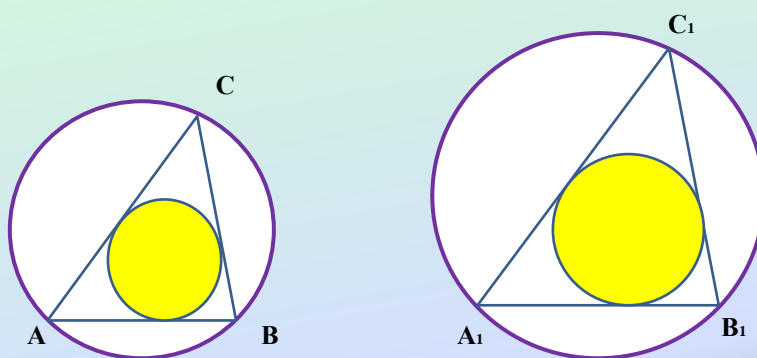
Учениците записват свойствата и правят сравнение с аналогичен случай при еднакви триъгълници. Обръща се внимание на факта, че занапред свойствата ще се използват наготово, което ще улеснява решаването на задачите и ще подпомага откриването на нови свойства и закономерности при подобните фигури.

2.Радиуси на окръжности в подобни триъгълници.

Теорема 2. Радиуси на окръжности в подобни триъгълници

Ако два триъгълника са подобни, то:

- *отношението на радиусите на описаните окръжности;*
 - *отношението на радиусите на вписаните окръжности;*
- е равно на отношението на съответните страни.*



$$\frac{R}{R_1} = \frac{r}{r_1} = \frac{c}{c_1} = k$$

Решаването на следващата задача цели да затвърди знанията от т.1 и т.2. Тъй като урокът е за нови знания доказаните свойства до момента са записани на дъската, за да може във всеки един момент да се прилагат в зададените задачи.

Задача 2. В равнобедрен триъгълник ABC ($AC=BC$) допирателната към вписаната окръжност, успоредна на AB , пресича AC и BC съответно в точки M и N . Да се намери височината към основата, ако радиусите на окръжностите, вписани в $\triangle ABC$ и $\triangle MNC$ са съответно 3 cm и 1 cm.

Решение

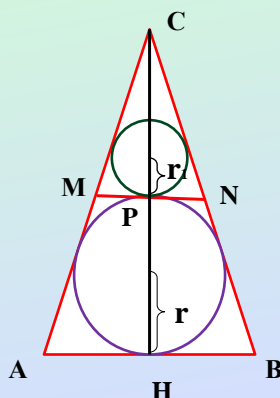
Разглеждаме $\triangle ABC$ и $\triangle MNC$. Нека r и r_1 са радиусите на вписаните окръжности, а височината $CH - h$.

$$\left. \begin{array}{l} \angle MCN = \angle ACB (\text{общ}) \\ \angle CMN = \angle CAB (MN \parallel AB) \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle MNC \sim \triangle ABC$$

От свойствата на височините и радиусите в подобни триъгълници получаваме:

$$\triangle MNC \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{r_1}{r} = \frac{CP}{CH} \Rightarrow \frac{r_1}{r} = \frac{h-2r}{h}$$

Откъдето $h = \frac{2r^2}{r-r_1} \Rightarrow h = \frac{18}{2} = 9$. Следователно височината е 9 cm.



Задачата се решава на дъската от ученик, като на слайда в момента е показано условието и чертежът към задачата. Останалите от класа решават в тетрадките си. Тези, които ще дадат верен отговор, явно могат да използват знанията си за равнобедрен триъгълник, допирателна и подобни триъгълници. Показва се следващият слайд с решението.

Акцентираща се на : $\frac{c}{c_1} = \frac{m_c}{m_{c_1}} = \frac{l_c}{l_{c_1}} = \frac{h_c}{h_{c_1}} = \frac{r}{r_1} = \frac{R}{R_1} = k$. Припомня се отношението на

периметрите на подобни триъгълници, доказано в предишна тема и се добавя

$$\frac{c}{c_1} = \frac{m_c}{m_{c_1}} = \frac{l_c}{l_{c_1}} = \frac{h_c}{h_{c_1}} = \frac{r}{r_1} = \frac{R}{R_1} = \frac{P}{P_1} = k$$

. Поставя се въпроса, коя характеристика на

триъгълника липсва в това равенство.

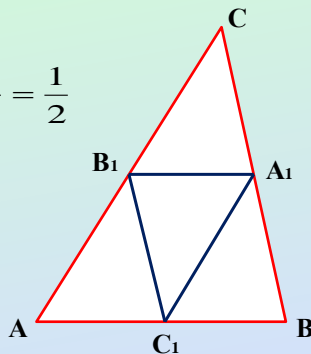
Следва зад.3, провокираща учениците сами да достигнат до връзка между лицата на подобни триъгълници.

Задача 3. В триъгълника ABC точките A_1, B_1, C_1 са среди на страните BC, CA и AB . Да се изрази лицето на $\Delta A_1B_1C_1$ чрез лицето S на ΔABC .

Решение

Знаем, че $\Delta A_1B_1C_1 \sim \Delta ABC$ и $k = \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{1}{2}$

Следователно $S_{A_1B_1C_1} = k^2 S = \frac{1}{4} S$



Учениците трябва да посочат подобните триъгълници с коефициент $k = \frac{1}{2}$ и сами да достигнат

до извода, че $S_{\Delta A_1B_1C_1} = \frac{1}{4} S_{\Delta ABC}$.

Доказва се общия случай:

Най-напред учениците трябва да си припомнят формула за намиране лице на триъгълник.

3. Лица на подобни триъгълници.

Теорема 3. Лица на подобни триъгълници

Ако два триъгълника са подобни, то отношението на лицата им е равно на квадрата на коефициента на подобност.

Доказателство:

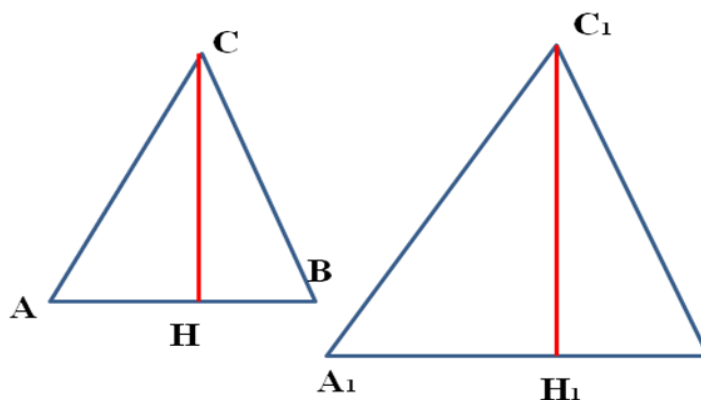
Нека $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$, CH и C_1H_1 са височини и $AB : A_1B_1 = k$

Тогава $\frac{CH}{C_1H_1} = \frac{AB}{A_1B_1} = k$

И следователно $AB = kA_1B_1$,
 $CH = kC_1H_1$

$$\frac{S}{S_1} = \frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{\frac{1}{2} AB \cdot CH}{\frac{1}{2} A_1B_1 \cdot C_1H_1}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} kA_1B_1 \cdot kC_1H_1}{\frac{1}{2} A_1B_1 \cdot C_1H_1} = k^2$$



Самостоятелно доказват теоремата, след което изказват предположенията си.

Очаква се по-голяма част от класа сами да направят правилния извод, след което на слайд се показва и самото доказателство.

Следващата задача 4, която се решава устно и практическата задача се задават с цел затвърждаване и приложение на знанията за лица на подобни триъгълници.

Задача 4: Ако лицата на два подобни триъгълника са 9 кв.см. и 16 кв.см., то какъв е коефициентът на подобност?

Практическа задача:

За да се вижда по-добре реклама, заемаща $\frac{1}{6}$ от височината на сградата, е уголемена. Колко материал е необходим за новата реклама, ако за изработване на старата са изразходвани 3 кв. м.?

За обобщаване на новият материал се използва зад. 1 и 4 от допълнителните задачи представени в последния слайд.

ЗАДАЧИ ЗА САМОСТОЯТЕЛНА РАБОТА

Задача 1: Дадени са два подобни триъгълника ABC и $A'B'C'$. Периметърът на триъгълника ABC е пет пъти по-голям от периметъра на $A'B'C'$. Намерете медианата през върха A на $\triangle ABC$, ако медианата през върха A' на $\triangle A'B'C'$ е 10 cm.

Задача 2: Дадени са два подобни триъгълника ABC и $A'B'C'$. $BC: B'C'=1:3$. Намерете радиуса на описаната около $\triangle A'B'C'$ окръжност, ако радиуса на описаната окръжност $\triangle ABC$ около е 6 cm.

Задача 3: Дадени са два подобни триъгълника. Периметърът на единия е два пъти по-голям от периметъра на другия, а сборът от квадратите на дължините на две съответни ъглополовящи е 125. Намерете тези ъглополовящи.

Задача 4: Две съответни страни в подобни триъгълници са 8 и 12, а сборът от лицата им е 52. Намерете лицата на подобните триъгълници.

Накрая на часа, се анализира активността на учениците, степента на усвояване на новите знания, допуснатите грешки по време на часа. Стимулиране на рационално и бързо работещите ученици.

Задаване на домашна работа - останалите задачи от самостоятелната работа.

С. Методи използвани в урока : анализ, дедукция, познавателни методи, иновации.

Д. Вътрешно предметни връзки: използвани са знанията на учениците по математика от 6,7 и 8 клас.

Е. Използвана литература :

1. - Учебник по математика за 9 клас- задължителна подготовка, издателство “Анубис”
2. - Книга за учителя – народна просвета – 1982.
3. - Костов, К. Компютърна дидактика. Благоевград, 1991.